

**QUADRIC SURFACE BUNDLES, SERRE DUALITY FOR  
TAME DELIGNE-MUMFORD STACKS, AND TORIC  
ORBIFOLD SURFACES**

**Dissertation**  
**zur**  
**Erlangung der naturwissenschaftlichen Doktorwürde**  
**(Dr. sc. nat.)**  
**vorgelegt der**  
**Mathematisch-naturwissenschaftlichen Fakultät**  
**der**  
**Universität Zürich**  
**von**  
**Denis Levchenko**  
**aus**  
**Russland**  
**Promotionskommission**

Prof. Dr. Andrew Kresch (Vorsitz und Leitung der Dissertation)

Prof. Dr. Joseph Ayoub

Prof. Dr. Wushi Goldring

**Zürich, 2022**

# Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>9</b>
1.1	Why stacks? . . . . .	9
1.2	Algebraic and Deligne-Mumford stacks . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Models of quadric surface bundles</b>	<b>15</b>
2.1	Preliminaries . . . . .	16
2.2	Reduction . . . . .	20
2.3	Construction . . . . .	23
2.4	Étale local normal forms . . . . .	26
2.5	Non-flatness of involution surface bundles over varieties of dimension $\geq 3$ . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Serre duality for tame Deligne-Mumford stacks</b>	<b>31</b>
3.1	Exceptional inverse image functor . . . . .	31
3.2	Serre duality . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Birational invariants of toric orbifold surfaces</b>	<b>37</b>
4.1	Toric varieties . . . . .	37
4.2	Orbifold toric surfaces . . . . .	38
4.3	Orbifold Burnside group . . . . .	40
4.4	Refined invariant . . . . .	41