

Auf einen Blick

Einleitung	21
Teil I: Einmal ganz von vorne	27
Kapitel 1: Die Werkzeugkiste füllen	29
Kapitel 2: Vorzeichen erkennen: Positive und negative Zahlen	41
Kapitel 3: Brüche begreifen und mit Dezimalzahlen klarkommen	55
Kapitel 4: Exponenten entdecken und Wurzeln würdigen	73
Kapitel 5: In richtiger Reihenfolge rechnen und Lösungen überprüfen	89
Kapitel 6: Sich zum Rechnen rüsten	99
Teil II: Faktorisieren verstehen	111
Kapitel 7: Produktive Primzahlen	113
Kapitel 8: Geteilte Freude: Das Distributivgesetz	121
Kapitel 9: Faktorisieren im ersten Grad	143
Kapitel 10: Faktorisieren im zweiten Grad	153
Kapitel 11: Besonderes Faktorisieren	169
Teil III: Mit Gleichungen arbeiten	179
Kapitel 12: Mit linearen Gleichungen Bekanntschaft schließen	181
Kapitel 13: Lineare Gleichungen lösen	193
Kapitel 14: Mit quadratischen Gleichungen glänzen	215
Kapitel 15: Mit höhergradigen Gleichungen rechnen	235
Kapitel 16: Ungleichungen zum Ausgleich	257
Teil IV: Algebra anwenden	277
Kapitel 17: Folgenreiche Formeln	279
Kapitel 18: Textaufgaben für den Alltag	307
Kapitel 19: Visualisieren: Graphen	331
Teil V: Der Top-Ten-Teil	359
Kapitel 20: Zehn weitverbreitete Anfängerfehler	361
Kapitel 21: Zehn Möglichkeiten des Faktorisierens	365
Kapitel 22: Zehn Teilbarkeitsregeln	369
Kapitel 23: Zehn Schritte beim Lösen von Textaufgaben	373
Glossar	377
Lösungen der Übungsaufgaben	383
Abbildungsverzeichnis	397
Stichwortverzeichnis	401

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	21
Über dieses Buch	21
Konventionen in diesem Buch	22
Was Sie nicht lesen müssen	22
Törichte Annahme über den Leser	23
Wie dieses Buch aufgebaut ist	23
Teil I: Einmal ganz von vorne	23
Teil II: Faktorisieren verstehen	24
Teil III: Mit Gleichungen arbeiten	24
Teil IV: Algebra anwenden	24
Teil V: Der Top-Ten-Teil	24
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden	25
Wie es weitergeht	25
 TEIL I	
EINMAL GANZ VON VORNE	27
Kapitel 1	
Die Werkzeugkiste füllen	29
Mit den Grundlagen anfangen: Zahlen	30
Ganz reelle Zahlen	31
Auf natürliche Zahlen zählen	31
Ganz und gar ganze Zahlen	32
Gerade und ungerade Zahlen	32
Vernünftig sein: Rationale Zahlen	32
Irrationale Zahlen zählen	32
Variablen variieren	33
Algebra sprechen	34
Rechenarten unter der Lupe	34
Rechenzeichen entschlüsseln	35
Klammern	36
Beziehungen definieren	37
Mit Gegenteilen arbeiten	38
Nach den Regeln spielen	39
 Kapitel 2	
Vorzeichen erkennen: Positive und negative Zahlen	41
(Vor-)Zeichen setzen	41
Positive Zahlen positionieren	42
Das Beste aus negativen Zahlen machen	42
Positives und Negatives vergleichen	43
Die Null entdecken	44

12 Inhaltsverzeichnis

Mit dem Rechnen loslegen	44
Binomisches Rechnen verstehen	45
Nicht-binomische Rechnungen kennenlernen.....	45
Mit Vorzeichen rechnen	46
Zahlen mit gleichen Vorzeichen verbinden	46
Unterschiedliche Vorzeichen addieren	47
Zahlen mit Vorzeichen subtrahieren	48
Zahlen mit Vorzeichen multiplizieren und dividieren.....	50
Rechnen mit nichts: Null und Vorzeichen	51
Assoziativ- und Kommutativgesetz.....	52
Rechnungen neu ordnen: Das Kommutativgesetz	52
Verbindungen: Das Assoziativgesetz	53
Übungen	54

Kapitel 3

Brüche begreifen und mit Dezimalzahlen klarkommen..... 55

Zahlen zerlegen und wieder zusammensetzen.....	55
Echte Brüche entdecken.....	57
Unechte Brüche kennenlernen.....	57
Es mit gemischten Zahlen aufnehmen	58
Kürzungen, wohin man blickt	58
Rechnen mit gleichwertigen Brüchen.....	59
Warum kleiner besser ist.....	60
Wenn sich nicht kürzen lässt.....	61
Gleichnamige Brüche.....	62
Gleiche Nenner finden	62
Mit unechten Brüchen arbeiten.....	64
Was Brüche alles können	64
Brüche addieren und subtrahieren	65
Brüche multiplizieren	66
Brüche dividieren	68
Mit Dezimalzahlen klarkommen.....	69
Brüche in Dezimalzahlen verwandeln	70
Dezimalzahlen in Brüche verwandeln	71
Übungen	72

Kapitel 4

Exponenten entdecken und Wurzeln würdigen..... 73

Gleiche Zahlen mit sich selbst multiplizieren	73
Potenzen schreiben	74
Exponenten vergleichen	75
Abstecher zur Exponentialschreibweise	76
Exponentielle Ausdrücke erforschen	77
Multiplizierte Exponenten	80

Geteilte Exponenten	81
Die Null als Exponent.....	82
Mit negativen Exponenten arbeiten.....	83
Potenzen potenzieren.....	84
Wurzeln verwurzeln.....	85
Übungen.....	87

Kapitel 5

In richtiger Reihenfolge rechnen und Lösungen

überprüfen.....	89
Rechnungen ordnen.....	89
Mit Proben prüfen.....	94
Sinnvolle erste Schritte.....	95
Schritt zwei: Einsetzen.....	95
Ergebnisse verständlich formulieren	96
Übungen.....	97

Kapitel 6

Sich zum Rechnen rüsten

Ein paar Einschränkungen einhalten	99
Zahlen mit Buchstaben darstellen.....	100
Faktoren und Koeffizienten anfügen.....	100
Mathematisch werden.....	103
Variablen addieren und subtrahieren.....	103
Potenzen addieren und subtrahieren.....	104
Variablen multiplizieren und dividieren.....	105
Multiplizierte Variablen.....	105
Dividierte Variablen.....	106
Alles anwenden.....	107
Übungen.....	109

TEIL II

FAKTORISIEREN VERSTEHEN

Kapitel 7

Produktive Primzahlen

Das Wesentliche zu Anfang.....	113
Sich mit zusammengesetzten Zahlen auseinandersetzen.....	115
Primfaktorzerlegung ausschreiben.....	115
Primfaktorzerlegung ergründen.....	116
Primfaktoren bei der Arbeit.....	117
Teiler finden.....	118
Übungen.....	120

Kapitel 8

Geteilte Freude: Das Distributivgesetz	121
Gerecht verteilt	121
Zuerst ausmultiplizieren	123
Zuerst zusammenfassen	123
Vorzeichen verteilen	124
Positive Verteilung	124
Negative Verteilung	125
Verteilung mit Rollentausch	126
Variablen ins Spiel bringen	127
Negative Vorzeichen verteilen	129
Negative Exponenten ergeben gebrochene Lösungen	130
Arbeiten mit gebrochenen Exponenten	130
Mehr als einen Term ausmultiplizieren	132
Binome ausmultiplizieren	133
Trinome ausmultiplizieren	135
Polynom mal Polynom	135
Besonders verteilt: Binomische Formeln	136
Binomische Formeln erkennen	137
Gleiche Terme – andere Vorzeichen	138
Die Differenz zwischen zwei Kubikzahlen finden	139
Die Summe von zwei Kubikzahlen finden	140
Übungen	142

Kapitel 9

Faktorisieren im ersten Grad	143
Faktorisieren	143
Mit Zahlen faktorisieren	143
Mit Variablen faktorisieren	146
Mit Zahlen und Variablen faktorisieren	147
Zusammenfassen	149
Übungen	151

Kapitel 10

Faktorisieren im zweiten Grad	153
Quadratische Terme kennenlernen	153
Große Zahlen zähmen	155
Jeder Term mit jedem Term	156
Auflösen leicht gemacht	156
Faktorisieren für Fortgeschrittene	161
Terme verschiedentlich faktorisieren	167
Übungen	168

Kapitel 11**Besonderes Faktorisieren 169**

Brave Binome	169
Die Differenz zweier Quadrate faktorisieren	170
Die Differenz von Kubikzahlen faktorisieren	171
Die Summe von Kubikzahlen faktorisieren	173
An Trinomen und Größerem tüfteln	174
Terme zusammenfassen.....	175
Wissen, wann es genug ist.....	177
Übungen.....	178

TEIL III**MIT GLEICHUNGEN ARBEITEN..... 179****Kapitel 12****Mit linearen Gleichungen Bekanntschaft schließen 181**

Lösen mit der Division	181
Lösen mit der Multiplikation.....	183
Lösen mit dem Kehrwert.....	185
Gleichungen aufstellen	188
Einen Zweck finden.....	188
Lösungen auf ihren Sinn prüfen	189
Übungen	191

Kapitel 13**Lineare Gleichungen lösen..... 193**

Ausgeglichene Gleichungen.....	193
Den Regeln folgen	194
Es sich einfach machen mit Vereinfachen	195
Verschachtelte Verhältnisse	196
Ausgleichende Addition.....	198
Addieren bevorzugt.....	199
Ausmultiplizieren bevorzugt.....	199
Verhältnisgleichungen	202
Über Kreuz multiplizieren	203
Aus Brüchen werden Verhältnisgleichungen.....	204
Brüche beibehalten	206
Variable Lösungen.....	208
Unmögliche Lösungen	211
Übungen.....	214

Kapitel 14**Mit quadratischen Gleichungen glänzen..... 215**

Sich für quadratische Gleichungen qualifizieren	216
Verwurzelte Lösungen quadratischer Gleichungen.....	218
Lösen durch Faktorisieren.....	220

Wunderbare Null	221
Größter gemeinsamer Teiler und Multiplikation mit null	222
Quadratische Gleichungen mit drei Termen.....	223
Quadratische Gleichungen anwenden	229
abc-Formel.....	230
Übungen.....	234

Kapitel 15

Mit höhergradigen Gleichungen rechnen..... 235

Kubische Gleichungen kennenlernen.....	235
Gleichungen mit Kubikzahlen lösen	236
Lösen mit dem größten gemeinsamen Teiler	237
Kubische Ausdrücke zusammenfassen.....	239
Kubische Gleichungen mit ganzen Lösungen	240
Mit quadratischen Gleichungen zu höheren Potenzen.....	242
Entwurzelte Wurzeln.....	246
Beide Seiten quadrieren	246
Beide Seiten zweimal quadrieren	249
Das Horner-Schema	251
Ganzzahlige Lösungen	251
Gebrochene Lösungen	254
Übungen.....	255

Kapitel 16

Ungleichungen zum Ausgleich..... 257

Rechnen mit Ungleichungen.....	258
Ungleichungen addieren und subtrahieren.....	258
Ungleichungen multiplizieren und dividieren	259
Lineare Ungleichungen lösen.....	261
Mit mehr als zwei Termen arbeiten	263
Quadratische Ungleichungen lösen	265
Ohne null weiterkommen	268
Mit mehr als zwei Faktoren arbeiten	268
Gebrochene Ungleichungen kennenlernen.....	270
Beträge bewältigen.....	272
Betragsgleichungen lösen.....	272
Betragsungleichungen lösen	274
Übungen	275

TEIL IV

ALGEBRA ANWENDEN..... 277

Kapitel 17

Folgenreiche Formeln..... 279

Gut bemessen	280
Wie lang etwas ist: Längeneinheiten	280

Der Satz des Pythagoras	280
Den Umfang ermitteln	282
Flächen finden: Inhalt	286
Rechtecke und Quadrate	286
Dreiecke	287
Kreise	289
Voll gefüllte Volumen	290
Prismen unter der Lupe	290
Zylinder zeichnen	291
Pyramiden bauen	292
Kegel kennenlernen	293
Perfekte Kugel	294
Entfernung, Geschwindigkeit, Zeit	295
Wie weit, wie schnell, wie lang	295
Auf Wasser anders messen	296
Zinsen und Prozent berechnen	297
Zinsen verzeichnen und verzinsen	297
Steuern und Rabatte beurteilen	300
Permutation und Kombination kennenlernen	301
Auf die Fakultät zählen	301
Kombination nutzen	302
Mit Permutation Ordnung schaffen	304
Eigene Formeln (er)finden	305
Übungen	306

Kapitel 18

Textaufgaben für den Alltag 307

Textaufgaben lösen lernen	307
Mit Umfang, Fläche und Volumen loslegen	308
Umfassender Umfang	309
Faszinierende Flächeninhalte	310
Volle Volumen	312
Mischungsrechnungen aufmischen	317
Flüssigkeiten prozentual mischen	317
Feste Anteile vermengen	318
Zinsen zuordnen	319
Rechnen zahlt sich aus: Geld	320
Amerikanisches Geld in den Griff bekommen	320
Wer wie viel zahlt	321
Entfernungen ermitteln	323
Entfernung plus Entfernung	323
Gleiche Entfernungen	324
Rechtwinklige Dreiecke zurechtrücken	324
Die Höhe herausfinden	325
Die Entfernung erforschen	326
Kreise umrunden	327
Übungen	329

Kapitel 19

Visualisieren: Graphen	331
Grafisch darstellen und verstehen	332
Graphen begreifen	333
Einen Punkt machen	334
Koordinaten koordinieren	335
Punkte richtig setzen	336
Geraden eintragen	337
Geradengleichungen grafisch darstellen	339
Schnittige Schnittpunkte	342
Stetige Steigungen	342
Steigungen bestimmen	344
Steigung und Schnittpunkt kombinieren	346
Die Punktsteigungsform grafisch umsetzen	347
Parallele und rechtwinklige Geraden konstruieren	349
Schnittpunkte zweier Geraden	350
Schnittpunkte grafisch finden	350
Schnittpunkte durch Substitution finden	351
Packende Parabeln	352
Normalparabeln kennenlernen	353
Den Scheitelpunkt auf eine Achse setzen	354
Verschieben und multiplizieren	355
Die allgemeingültige Form einer Parabel	356
Übungen	358

TEIL V

DER TOP-TEN-TEIL	359
-------------------------	------------

Kapitel 20

Zehn weitverbreitete Anfängerfehler	361
Binome quadrieren	361
Ausmultiplizieren	362
Brüche aufteilen	362
Wurzeln aufteilen	362
Reihenfolge von Rechnungen	363
Gebrochene Exponenten	363
Grundzahlen multiplizieren	363
Potenzen potenzieren	363
Brüche kürzen	364
Negative Exponenten	364

Kapitel 21

Zehn Möglichkeiten des Faktorisierens	365
Zwei Terme mit einem ggT	365
Die Differenz zweier Quadrate	365
Die Differenz zweier Kubikzahlen	366

Die Summe zweier Kubikzahlen.....	366
Drei Terme mit einem ggT.....	366
Ein Trinom in zwei Binome faktorisieren.....	366
Am quadratischen Lösungsweg orientieren.....	367
Vier oder mehr Terme mit einem ggT.....	367
Vier oder mehr Terme zusammenfassen.....	367
Vier oder mehr Terme ungleich zusammenfassen.....	367

Kapitel 22

Zehn Teilbarkeitsregeln..... 369

Teilbarkeit durch 2.....	369
Teilbarkeit durch 3.....	369
Teilbarkeit durch 4.....	370
Teilbarkeit durch 5.....	370
Teilbarkeit durch 6.....	370
Teilbarkeit durch 8.....	370
Teilbarkeit durch 9.....	371
Teilbarkeit durch 10.....	371
Teilbarkeit durch 11.....	371
Teilbarkeit durch 12.....	372

Kapitel 23

Zehn Schritte beim Lösen von Textaufgaben..... 373

Eine Skizze zeichnen.....	373
Eine Liste erstellen.....	373
Variablen für Zahlen wählen.....	374
Wörter in Zeichen übersetzen.....	374
Den letzten Satz beachten.....	374
Eine Formel finden.....	375
Mit Ersetzungen vereinfachen.....	375
Eine Gleichung lösen.....	375
Den Sinn prüfen.....	375
Die Genauigkeit kontrollieren.....	375

Glossar..... 377

Lösungen der Übungsaufgaben..... 383

Kapitel 2.....	383
Kapitel 3.....	383
Kapitel 4.....	383
Kapitel 5.....	384
Kapitel 6.....	384
Kapitel 7.....	385
Kapitel 8.....	386
Kapitel 9.....	386
Kapitel 10.....	387
Kapitel 11.....	388

20 Inhaltsverzeichnis

Kapitel 12.....	389
Kapitel 13.....	389
Kapitel 14.....	390
Kapitel 15.....	390
Kapitel 16.....	391
Kapitel 17.....	392
Kapitel 18.....	393
Kapitel 19.....	394
Abbildungsverzeichnis	397
Stichwortverzeichnis	401